TEOREMA 4.- (DI FERMAT (1601 - 1665))

$$\left[\begin{array}{l} i)\ x_0 \in]a,b[\text{ È MIN. O MAX REL. PER } f \\ ii)\ f \text{ DERIVABILE IN } x_0 \end{array}\right] \Longrightarrow f'(x_0) = 0$$

DIM.

$$\left[X_0 \text{ MIN. REL. PER } f\right] \overset{\text{DEF}}{\Longleftrightarrow} \left[\exists\, I(x_0) : \forall x \in I \cap]a,b[\,,\ f(x_0) \leq f(x)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{SE } x \in I^- \cap]a,b[\,,\ \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \leq 0 \Rightarrow f'_-(x_0) \leq 0 \\ \\ \text{SE } x \in I^+ \cap]a,b[\,,\ \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \geq 0 \Rightarrow f'_+(x_0) \geq 0 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(x_0) = 0$$

x_0 ESTREMALE O STAZIONARIO PER f. □

OSSERVAZIONI.-

a) $f(x) = x^3$; $f'(x) = 3x^2$; $f'(0) = 0$ MA $x_0 = 0$ NON È NÈ MIN. NÈ MAX. PERCHÈ $x' < 0 < x'' \Longrightarrow f(x') < 0 < f(x'')$.

b) $g(x) = |x|$ HA MIN. IN $x_0 = 0$ MA $f'_-(0) = -1$, $f'_+(0) = 1$.

c) SE f È CONTINUA IN $[a,b]$, ALLORA I PUNTI DI ESTREMO ASSOLUTO SONO DA RICERCARSI TRA

j) GLI ESTREMI a E b;

jj) I PUNTI OVE f NON È DERIVABILE;

jjj) I PUNTI OVE f' È NULLA.

BUONOCORE